Yaoundé, le 21 septembre 2020

CYCLE INGENIEUR AGRONOMIE ENVIRONNEMENT GEOLOGIE

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE C, D, E, F, TI, et GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

EXERCICE 1 (05.5 POINTS)

1. On considère les suites (u_n) et(v_n) définies par : $u_0 = \frac{5}{4}$ et $u_n = 3u_{n-1} + 3n + 4 \quad (n \geq 1)$ et $v_n = u_n + an + b$ où $a\ et\ b$ sont des nombres réels.

a. Calculer $u_1\ et\ u_2$. **0,50pt**

b. Déterminer les nombres réels a et b pour que (v_n) soit une suite géométrique. **1,50pt**

c. On admet que $a = \frac{3}{2}$ et $b = \frac{17}{4}$, Exprimer v_n et u_n en fonction de n. **1,00pt**

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. Soient A,B et C les points d'affixes respectives $1 - 3i$, $6 + 2i$ et $1 + 2i$. S est la transformation plane d'écriture complexe $z' = (1 + i)z - 3 - i$.

a. Calculer l'affixe du point I milieu du segment $[AB]$. **0,50pt**

b. Placer les points A, B, C et I dans le repère. **1,00pt**

c. Donner la nature et les éléments caractéristiques de S. **1,00pt**

EXERCICE 2 (04 POINTS)

Une urne contient 3 boules noires portant les numéros de 1 à 3 et 4 boules blanches portant les numéros de 1 à 4, toutes ces boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément trois de l'urne.

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants : A : « tirer exactement deux boules noires », B : « tirer au plus deux boules blanches » et C : « tirer des boules portant un numéro supérieur ou égal à 2 ». **1,50pt**

2. On gagne 1000 francs par boule blanche tirée, la boule noire ne rapporte rien. On désigne par X la variable aléatoire réelle qui prend pour valeur la somme gagnée à l'issue d'un tirage simultané de trois boules de l'urne. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X. **2,50pt**

PROBLEME (10,5 POINTS)

1. Résoudre dans IR l'équation différentielle (E) : $4y'' + 4y' + y = 0$. **0,75pt**
2. Déterminer la solution particulière f de (E) telle que $f(0) = 4 \ et \ f'(0) = -1$. **0,75pt**
3. On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = (x+4)e^{-\frac{x}{2}}$ et (C_g) est la courbe représentative de g dans un repère orthonormé (O, I, J) unité : 2 cm.
   a. Calculer les limites de g en $-\infty \ et + \infty$. **0,50pt**
   b. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **1,50pt**
   c. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_g) au point d'abscisse 0. **0,50pt**
4. On note h la fonction définie sur IR par : $h(x) = g(x) + x - 4$
   a. Calculer $h(0)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$. **0,50pt**
   b. Calculer la dérivée première $h'(x)$ et la dérivée seconde $h''(x)$. **1,00pt**
   c. Etudier les variations de $h'(x)$ et donner le signe de $h'(x)$. **1,00pt**
   d. Donner le signe de $h(x)$ puis déduire la position de (C_g) et (T). **0,75pt**
   e. Construire la courbe (C_g) et la tangente (T). **1,25pt**
5. On donne la fonction $G(x) = (ax+b)e^{-\frac{x}{2}}$ où a et b sont des nombres réels :
   a. Déterminer $a \ et \ b$ pour que G soit une primitive de g sur IR. **0,50pt**
   b. Calculer l'aire $A(\alpha)$ de la partie du plan limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = -4 \ et \ x = \alpha \ (\alpha > -4)$. **1,00pt**
   c. Calculer la limite de $A(\alpha)$ lorsque α tend vers $+\infty$. **0,50pt**

Partie B :

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x - 1 + (x^2+2)e^{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative.

1. Calculer les limites de f en $+\infty \ et - \infty$. **0,50pt**
2. Démontrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ et à l'aide de l'encadrement de α ; déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 4×10^{-2}. **1,50pt**
3. Calculer la dérivée $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. **1,50pt**
4. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. **0,50pt**
5. Préciser la position relative de (C_f) par rapport à (D). **0,50pt**
6. Déterminer l'équation de la tangente (T) à $(C_f) \ en \ 0$. **0,50pt**
7. Construire (T), la droite (D) et la courbe de f. **1,50pt**

Fin de l'épreuve