Yaoundé, le 13 août 2020

CYCLE INGENIEUR EN AGRONOMIE, ENVIRONNEMENT ET GEOLOGIE

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE C, D, E, F, TI, et GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

EXERCICE 1 (05 POINTS)

1. On donne $P(z) = z^3 - (5+2i)z^2 + (7+9i)z - 2 - 14i$ un polynôme complexe

a) Vérifier que le nombre complexe $2i$ est une racine de P **0.5pt**

b) Calculer $(1+2i)^2$ **0.25pt**

c) Déterminer les nombre b *et* c tels que : $P(z) = (z-2i)(z^2+bz+c)$ **0.5pt**

d) Résoudre dans C l'équation $P(z) = 0$ **0.75pt**

2. $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un plan complexe.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $2-i$ *et* $3+i$.

On considère l'application g du plan dans lui-même qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que : $\begin{cases} x' = -x - y \\ y' = x - y \end{cases}$

a) Donner l'expression complexe de g **0.5pt**

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application g **1pt**

c) Déterminer les affixes des images des points A, B et C par g **0.75pt**

d) Si A est l'aire du triangle ABC, exprimer en fonction de A, l'aire A' du triangle A'B'C' image du triangle ABC par g **0.75pt**

EXERCICE 2 (04 POINTS)

Une urne contient 3 boules vertes, 4 boules rouges et 5 boules jaunes toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne

1. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « tirer deux boules vertes », B : « tirer au moins une boule verte » et C : « tirer au plus une boule verte ». **1,5pt**

2. Lorsque l'on tire une boule verte, on gagne 500 F ; lorsque l'on tire une boule rouge on perd 300 F et lorsque l'on tire une boule jaune, on ne perd rien et on ne gagne rien. On désigne par X la variable aléatoire désignant la somme algébrique des gains à l'issue d'un tirage simultané de deux boules de l'urne. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X **2,5pts**

<u>PROBLEME</u> (11 POINTS)

1. On se propose de résoudre sur IR l'équation différentielle (E): $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$.
   a) Montrer que la fonction h définie sur IR par $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ est solution de l'équation différentielle (E). **1pt**
   b) On pose $y = z + h$. Montrer que y est solution de (E) si et seulement si z est solution de l'équation différentielle $z' - 2z = 0$. Résoudre cette dernière équation différentielle et en déduire l'ensemble des solutions de (E). **1pt**
   c) Déterminer la seule solution de (E) qui s'annule en 0. **1pt**
2. On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = (2x - 1)e^{2x} + 1$.
   a) Calculer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$ **0,5pt**
   b) Des calculs précédents, déduire une équation d'une asymptote à la courbe de g **0.5pt**
   c) Déterminer le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation. **1,5pt**
   d) En déduire le signe de g sur IR. **0.5pt**
3. On considère la fonction f définie tout x réel non nul par : $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{x}$.
   a) Calculer les limites de f en $-\infty, en\ 0\ et\ en + \infty$. **1pt**
   b) Définir le prolongement par continuité F de f en $x = 0$ **0,5pt**
   c) La fonction F est-elle dérivable $x = 0$? **0.5pt**
   d) Déterminer le sens de variation de f et donner son tableau de variation **1pt**
   e) Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal, avec pour unités : 4cm sur l'axe des abscisses et 2cm sur l'axe des ordonnées. Construire la courbe (C) pour des valeurs de x comprises dans l'intervalle $[-1, 1]$ **2pts**

Fin de l'épreuve